

## Дорогие школьники!

Приглашаем Вас принять участие во втором тематическом занятии интернет-кружка. РАЗВЕРНУТЫЕ ответы на задания необходимо прислать в электронном виде (в формате WORD или отсканированные) по электронной почте на адрес: [mfi-chuvsu@ya.ru](mailto:mfi-chuvsu@ya.ru) до **31 января 2016 г.** К работе могут быть приложены дополнительные материалы (фотографии, презентации и др.)

К ответам приложите информацию о себе:

1. Ф.И.О. ученика (полностью)
2. Учреждение (полностью название школы, класс)
3. Город, район
4. Ф.И.О. научного руководителя (учителя) (полностью)
5. Контактные телефоны, e-mail

Подведение итогов и вручение призов будет на Дне открытых дверей факультета в феврале 2016 г.

## ЗАДАЧИ НА СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

Задачи на составление уравнений можно разбить на следующие типы:

1. Задачи на движение.
2. Задачи на работу и производительность труда.
3. Задачи на процентный прирост и вычисление «сложных процентов».
4. Задачи с целочисленными значениями.
5. Задачи на концентрацию и процентное содержание.

В **задачах на движение** в качестве неизвестных обычно удобно выбирать расстояние (если оно не задано) и скорости движущихся объектов, фигурирующих в условии задачи.

При равномерном движении по прямой путь  $S$  определяется по формуле:

$$S = v \cdot t, \text{ где } v \text{ – скорость, } t \text{ – время.}$$

Если тело движется по течению реки, то его скорость  $v$  (относительно берега) складывается из скорости в стоячей воде  $v_{\text{соб}}$  (собственной скорости тела) и скорости течения реки  $v_{\text{теч}}$ :

$$v = v_{\text{соб}} + v_{\text{теч}}.$$

Если тело движется против течения реки, то его скорость  $v$  (относительно берега) равна:

$$v = v_{\text{соб}} - v_{\text{теч}}.$$

Если расстояние между телами равно  $S$ , а скорости их равномерного движения равны  $v_1$ ,  $v_2$ , то

при равномерном движении тел навстречу друг другу время, через которое они встретятся, равно  $\frac{S}{v_1+v_2}$ ;

при движении тел в одну сторону ( $v_1 > v_2$ ) время, через которое первое тело догонит второе, равно  $\frac{S}{v_1-v_2}$ .

При решении задач на равноускоренное движение используются формулы:

$$S = v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}, \quad a = \frac{v - v_0}{2},$$

где  $a > 0$ , если движение равноускоренное, и  $a < 0$ , если движение равнозамедленное.

В задачах на работу и производительность труда система уравнений, которую можно составить на основании условий, обычно содержит величины: производительность труда  $N$  – работу, произведенную за единицу времени; собственную работу  $A$ , произведенную за время  $t$ .

Уравнение, связывающее эти величины, имеет вид:

$$N = \frac{A}{t}.$$

**Задачи на процентный прирост и вычисление «сложных процентов»** основаны на использовании следующих понятий и формул:

1. 1 % любой величины есть 1/100 часть этой величины.

2. Пусть некоторая переменная величина  $t=0$  имеет значение  $A_0$ , а в момент времени  $t_1$  имеет значение  $A_1$ . Абсолютным приростом величины  $A$  за время  $t_1$  называется разность  $A_1 - A_0$ , относительным приростом величины  $A$  за время  $t_1$  – отношение  $\frac{A_1-A_0}{A_0}$ , процентным приростом величины  $A$  за время  $t_1$  – отношение  $\frac{A_1-A_0}{A_0} \cdot 100\%$ .

3. Если  $p\%$  – процентный прирост величины  $A$  за время  $t_1$ , то

$$\frac{A_1-A_0}{A_0} \cdot 100\% = p\%.$$

4. Пусть при  $t > t_1$  величина имеет процентный прирост  $p\%$  и пусть по обозначению  $t_n = nt_1$ ,  $A_n = A(t_n)$ . Тогда  $A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ .

5. Если за время  $t_1$  (на «первом этапе») величина изменилась на  $p_1\%$ , на «втором этапе» (т.е. за время  $t_2 - t_1=t_1$ ) – на  $p_2\%$ , на «третьем этапе» (т.е. за время  $t_3 - t_2=t_1$ ) – на  $p_3\%$  и т.д., то значение величины  $A$  в момент времени  $t_n = nt_1$  высчитывается по формуле

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{p_1}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p_2}{100}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{p_n}{100}\right).$$

Решение задач на **задач на концентрацию и процентное содержание** основано на использовании следующих понятий и формул.

**Объемная (массовая) концентрация** есть число, показывающее, какую долю всего объема (массы) составляет данный компонент.

Если сплав (раствор, смесь) имеет массу  $m$  и состоит из веществ  $A, B, C$ , массы которых соответственно  $m_a, m_b, m_c$ , то величины

$$\frac{m_a}{m}, \frac{m_b}{m}, \frac{m_c}{m}$$

называют концентрацией веществ  $A, B, C$ , а величины

$$\frac{m_a}{m} 100\%, \frac{m_b}{m} 100\%, \frac{m_c}{m} 100\% -$$

процентным содержанием веществ. При этом справедливо равенство

$$\frac{m_a}{m} + \frac{m_b}{m} + \frac{m_c}{m} = 1.$$

При решении задач на смеси часто путают проценты и доли, раствор и растворенное вещество. Необходимо помнить, что массовая доля  $\omega$  находится делением значения процентной концентрации на 100%, а масса  $m_K$  растворенного вещества  $K$  равна произведению массы  $m_P$  раствора  $P$  на массовую долю:  $m_K = m_P \cdot \omega$ .

### Задачи на движение.

1. Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 60 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 3 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 10 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 15 минут?

2. Миша идёт по эскалатору. В первый раз он насчитал 10 ступенек, а во второй раз, двигаясь с той же скоростью, но в противоположном направлении, он насчитал 15 ступенек. Сколько ступенек насчитал бы Миша на неподвижном эскалаторе?

### Задачи на работу и производительность труда.

3. Три бассейна одинакового объема начинают одновременно заполнять водой, причем во второй бассейн поступает воды в 2 раза больше, а в первый в 3 раза больше, чем в третий. Известно, что в начальный момент первый бассейн был пуст, во втором бассейне – 300 л воды, и что все три бассейна будут заполнены одновременно. Сколько литров воды содержалось первоначально в третьем бассейне?

4. Два трактора вспахивают поле, разделенное на две равные части. Оба трактора начали работу одновременно, и каждый вспахивает свою половину. Через 5 ч после того момента, когда они совместно вспахали половину поля, выяснилось, что первому трактору осталось вспахать  $1/10$  часть своего участка, а второму –  $4/10$  своего участка. Сколько времени понадобилось бы второму трактористу, чтобы вспахать все поле?

### Задачи на процентный прирост и вычисление «сложных процентов».

5. Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год,

начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания "Бета" начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

6. Каков процент изнашивания станка в год, если его стоимость по истечении двух лет уменьшилась с 50000 р. до 46080 р.?

#### Задачи с целочисленными значениями.

7. Найти нечетное трехзначное число по следующим условиям: сумма квадратов сотен и единиц не превосходит удвоенного числа сотен; квадрат числа десятков превосходит квадрат суммы сотен и единиц более чем на 60.

8. На стоянке находятся машины марок «Калина» и «Приора». Их общее количество менее 30. Если увеличить вдвое число «Приор», а число «Калин» увеличить на 27, то «Приор» станет больше; а если увеличить вдвое «Калин», не меняя числа «Приор», то «Калин» станет больше. Сколько «Калин» и «Приор» находится на стоянке?

#### Задачи на концентрацию и процентное содержание.

9. Имеется два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй – 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

10. Из сосуда, до краев наполненного чистым глицерином, отлили 2 л глицерина, а к оставшемуся глицерину долили 2 л воды. После перемешивания снова отлили 2 л смеси и долили 2 л воды. Наконец, опять после перемешивания отлили 2 л смеси и долили 2 л воды. В результате этих операций объем воды в сосуде стал на 3 л больше объема оставшегося в нем глицерина. Сколько литров глицерина и воды оказалось в сосуде в результате проделанных операций?

#### Нестандартные задачи.

11. В сообщении о лыжном кроссе сказано, что процент числа членов группы, принявших участие в кроссе, заключен в пределах от 96,8 % до 97,2 %. Определите минимально возможное число членов такой группы.

12. Ученики трех классов проводили КВН. Известно, что когда на сцену вышли команды классов «А» и «Б», то доля мальчиков среди участников оказалась равной  $\frac{2}{5}$ . Когда же на сцене были команды классов «Б» и «В», то доля мальчиков оказалась равной  $\frac{3}{7}$ . В каких пределах заключена доля мальчиков в трех командах вместе?